

Tentamen i TMA321 Matematisk Statistik, Chalmers Tekniska Högskola.

Tid: Måndagen den 14 Januari 2013, 9.30-12.30.

Examinator och Jour: Olle Nerman, tel. 7723565, rum 3056, MV, Chalmers.

Hjälpmedel: Valfri räknare, egenhändigt handskriven formelsamling (4 A4-sidor på 2 blad) och till skrivningen medhörande tabeller.

Tentamen består av 8 frågor med sammanlagt 32 poäng.

Betygsgränser: För betyget "3" fordras minst 15 poäng, för betyget "4" minst 20 poäng och för betyget "5" minst 25 poäng .

1. Vid observation av **25** oberoende stokastiska variabler $X_1, X_2, \dots, X_{25}$ från en och samma exponentialfördelning, blev medelvärdet **3,8** . Skatta på lämpligt sätt:
 - a. intensitetsparametern λ i exponentialfördelningen . (1p)
 - b. väntevärdet i exponentialfördelningen. (1p)
 - c. medianen i exponentialfördelningen. (1p)
 - d. sannolikheten för ett värde under **2** i exponentialfördelningen, $P(X_i < 2)$. (1p)
 - e. standardfelet i skattningen i b-uppgiften (diskutera också förutsättningarna). (1p)
2. Du kastar **3** vanliga sex-sidiga tärningar. Vad är sannolikheterna att
 - a . summan av poängen blir exakt = **5**? (1p)
 - b. summan av poängen blir minst **5**? (1p)
 - c. produkten av de tre poängtalerna blir exakt = **4**? (1p)

Låt nu summan av poängtalerna av de tre kasten vara den stokastiska variabeln **Y**.

 - d. Bestäm väntevärdet och variansen för **Y**. (2p)
3. På en viss parkeringsplats finns **12** parkeringsrutor i en rad. **4** bilar ställer sig i tur och ordning och helt slumpmässigt på en av de lediga platserna. Vad är
 - a. sannolikheten att det inte står någon bil på de båda ytterplatserna? (1p)
 - b. sannolikheten att det står bilar på de båda ytterplatserna ? (1p)
 - c. Sannolikheten att det står en bil på den vänstra ytterplatsen och ingen bil på den högra? (2p)
4. Kostnaden för att garantireparera en bormaskin av ett visst fabrikat som fått ett fel under garantitiden på **1** år kan antas vara en stokastisk variabel med väntevärdet **350** kronor och standardavvikelsen **100** kronor. Vad är approximativt sannolikheten att **300** sådana garantireparationer totalt kostar mindre än **109.000** kronor? (3p)
5. Förklara följande begrepp:
 - a. väntevärdesriktighet hos en punktskattning (1p)
 - b. konfidsgrad hos ett konfidensintervall (1p)
 - c. systematiskt fel hos en punktskattning. (1p)

VÄND!

6. I ett normalfördelningsstickprov med **10** observationer har någon beräknat stickprovsmedelvärde och stickprovsstandardavvikelsen till **15.35** och **0.47**.
- Du ombeds att förvandla informationen till ett symmetriskt konfidensintervall för det bakomliggande väntevärdet μ för de enskilda observationerna med konfidensgraden **99%**. Vad blir resultatet? (2p)
 - Du ombeds istället att pröva nollhypotesen H_0 : väntevärdet=**15** med signifikansnivån **5%** mot den alternativa hypotesen H_1 : väntevärdet > **15**. Vad blir då din slutsats? (2p)
7. I en enkel linjär regression med svarsvariabler y och inställningsvariabler x blev summan av de **n=10** beroende y -variablerna **15,3** och medelvärdet av x -variablerna var **0.32**. Skattningen av riktningskoefficienten för regressionslinjen β blev **0.22**.
- Beräkna en observerad punktskattning av regressionslinjens intercept α . (1p)
 - Beräkna en punktskattning av väntevärdet (av Y -variabeln) vid x -inställningen **2**. (1p)
 - Antag att felvarianserna i den linjära regressionsmodellen för Y -variablerna i regressionsmodellen är känd och lika med **4**, att residualerna (=felen) är oberoende och normalfördelade, och att den (på vanligt stickprovs-vis) beräknade "stickprovsvariansen" för de deterministiska x -variablerna är **6.3**. Vilken fördelning har då den teoretiska punktskattningen av β ? (1p)
 - Använd resultatet i c för att beräkna ett observerat konfidensintervall för riktningskoefficienten β med konfidensgraden **95%**. (1p)
8. Betrakta 2 händelser **A** och **B** i ett sannolikhetsförsök. Visa att
- $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$. (2p)
 - $P(A|B) \geq 1 - (1 - P(A))/P(B)$. (2p)

LYCKA TILL!